

R&D, Inégalités, Imperfections du Marché du Capital.

Loesse J. ESSO[‡]

Février 2009

Résumé : L'objectif de ce papier est de montrer, à partir d'un modèle théorique, que les imperfections du marché financier sont un frein à la croissance économique. Nous introduisons dans le modèle de Aghion, Howitt et Mayer-Foulkes (2005) l'hétérogénéité des agents et des taux d'innovation qui dépendent du capital physique et humain. Nous montrons alors que le marché financier engendre des effets de seuil dans l'économie. L'allocation des agents hétérogènes par les connaissances entre deux secteurs est déterminée par la distribution de capital humain. Nous montrons en outre qu'en présence d'asymétrie d'information, les agents disposant d'un capital humain supérieur sont rationnés sur le montant de leurs investissements en R&D. La croissance est alors plus faible par rapport au cas de marché financier parfait. Finalement, la convergence à long terme d'une économie dépend positivement du niveau de crédit alloué au secteur de la R&D.

Mots clés: Marché du Capital, Capital Humain , convergence, R&D.

Classification JEL: D91, E21, O33.

Abstract: The purpose of this paper is to highlight the Nelson-Phelps effect in a technologically backward country. We build a two-period overlapping generations model of heterogenous agents. We suppose that agents inherit ability and a technique of production from their parents. We show that there is an endogenous threshold which allows to distinguish R&D innovators and implementators that produce intermediate goods with lagged productivity. We show that capital markets impact economic growth and convergence towards technology.

Keywords: Capital market, Human Capital, Growth, R&D.

JEL Classification: D91, E21, O33.

*EUREQua-CES, Maison des Sciences Economiques, Université Paris 1-Panthéon-Sorbonne. 106-112, Bd de l'Hôpital 75647 Paris Cedex 13-FRANCE.

[†]Ecole Nationale Supérieure de Statistique et d'Economie Appliquée (ENSEA) Abidjan. 08 Bp 3 Abidjan 08. Tél: +225 22 4832 07. Fax: +225 22 44 39 88.

[‡]Cellule d'Analyse de Politiques Economiques du CIRES (CAPEC). 08 Bp 1295 Abidjan 08 - Côte d'Ivoire. Tél: +225 22 44 41 24. Fax: +225 22 48 51 68. Email: *L_esso@yahoo.fr* / *LJ.esso@gmail.com*.

[§]Je remercie Antoine d'Autume et Bertrand Wigniolle pour leurs orientations et commentaires.

1 Introduction

Les marchés de capitaux tiennent une place importante dans le financement des activités d'une économie. Ils permettent d'augmenter le volume des investissements par les crédits accordés aux agents et contribuent ainsi à accroître le niveau de l'emploi, le produit et le taux de croissance économique. Mais dans un environnement incertain, où le risque sur les emprunteurs, les asymétries d'information et les coûts de contrôle et d'agence sont importants, le rôle d'allocation des ressources des marchés de capitaux est fortement mis à mal. En effet, les risques liés aux emprunteurs, les asymétries d'information et les coûts d'agence élevés expliquent dans certaines économies l'accès limité d'un grand nombre d'agents aux crédits. Quels sont ainsi les effets des marchés des capitaux sur l'activité économique? Comment les imperfections de l'information sur les marchés de capitaux influencent-elles les choix des agents?

La théorie économique s'est largement intéressée au rôle des imperfections de l'information dans les choix des agents (Plehn-Dujowich (2009), par exemple). Dans l'analyse macroéconomique, le rôle des asymétries d'information dans l'économie est étudié suivant deux catégories de modèles du point de vue de la nature de l'héritage. Une première gamme de modèles suppose que les individus héritent d'une richesse de niveaux hétérogènes tandis qu'une deuxième gamme de travaux considère que la source de l'hétérogénéité des agents est le capital humain dont ils héritent de leurs parents.

Dans les modèles où les individus héritent de richesse de niveaux hétérogènes, les agents doivent décider s'ils l'investiront dans l'accumulation du capital humain. Il ressort de ces modèles que les imperfections du marché financier ont des effets négatifs sur la distribution de richesse. En effet, étant données les imperfections du marché du crédit, le taux débiteur du capital est inférieur au taux créditeur en raison de l'existence des coûts de contrôle. Ainsi, seuls les agents qui sont suffisamment riches pour acheter ou pour payer un taux d'intérêt élevé sur les emprunts ont accès à l'éducation. Ces individus deviennent des travailleurs qualifiés et ceux qui n'ont pas d'éducation ne sont pas qualifiés (Lloyd-Ellis (2000)). Galor et Zeira (1993) montrent que par le biais de ce mécanisme, la distribution initiale de la richesse détermine le montant agrégé des investissements dans le capital humain et le revenu par tête à long terme. Si l'inégalité initiale est suffisamment faible, on observe un état d'équilibre égalitaire selon lequel tous les travailleurs gagnent le même salaire et le revenu par tête atteint un maximum. Les niveaux initiaux d'inégalité permettent de déterminer les propriétés de l'économie à long terme (Banerjee et Newman (1993), Grossmann (2009)). Dans un modèle plus général que celui de Banerjee et Newman (1993), Lloyd-Ellis et Bernhardt (2000) considèrent des agents différents à la fois de par l'efficacité entrepreneuriale et les niveaux de richesse héritée. Les effets de la richesse et des aptitudes sont distincts et varient à mesure que l'économie se développe. Ils parviennent à la conclusion qu'aux premières étapes du développement, la richesse héritée est le principal déterminant de l'occupation parce que les agents riches peuvent investir dans le capital et exploiter à profit une main-d'œuvre à bon marché sur une plus vaste échelle. Mais aux étapes ultérieures, l'efficacité entrepreneuriale compte davantage. En effet, lorsque l'efficacité entrepreneuriale est faible, l'interaction entre les contraintes de crédit, l'efficacité entrepreneuriale et le salaire d'équilibre génère des distributions de richesse cycliques.

Dans une deuxième classe de modèles, les choix des agents sont plutôt tributaires des talents dont ils héritent de leurs ascendants. Dans ce contexte, Ghatak, Morelli et Sjöström (2001) proposent un modèle dans lequel l'individu doit d'abord travailler et épargner avant d'acquérir suffisamment de richesse pour investir dans son propre projet. Les agents, une fois vieux, peuvent choisir de demeurer salariés ou d'être entrepreneurs. Ils montrent alors

que l'existence de contraintes de crédit dans l'économie est une incitation à travailler. En effet, les agents jeunes pauvres fournissent davantage d'effort afin d'obtenir des revenus au moins aussi grands que les rentes des entrepreneurs. En cas d'aléa moral sur les agents, une hausse de l'effort de travail élève le bien-être.

Dans les deux classes de modèles, les effets des imperfections des marchés de capitaux dépendent de la distribution de l'héritage. Cependant, ces modèles négligent une autre source de croissance économique qui est la productivité d'un bien. Nous considérons, en effet, que les agents héritent non seulement de talent, mais aussi d'une technique de production. L'intérêt de notre modèle réside dans la transmission intergénérationnelle de la technologie. En effet, cette hypothèse donne lieu à un mécanisme par lequel les imperfections des marchés de capitaux affectent la croissance via la technologie.

Notre objectif est de montrer que les imperfections du marché du capital ont des effets négatifs sur la croissance économique par le biais de la technologie. De façon plus spécifique, nous montrons d'abord que le niveau du capital humain hérité détermine les choix d'occupation des agents. Nous mettons ensuite en évidence un mécanisme par lequel les imperfections du marché du capital affectent la croissance d'une économie technologiquement en retard et la convergence de cette économie vers le leader technologique. Nous montrons enfin que la distribution du capital humain et les crédits aux secteurs de recherche et développement (R&D) par rapport à la frontière technologique sont des déterminants importants de la croissance économique.

Le cadre théorique est un modèle à générations imbriquées d'agents vivant deux périodes, emprunté à Aghion, Howitt et Mayer-Foulkes (2005). En considérant un modèle multi-pays¹, Aghion, Howitt et Mayer-Foulkes montrent qu'une économie disposant d'un développement financier supérieur à un certain seuil de crédit, converge à long terme vers le taux de croissance de la frontière mondiale. Dans cette économie, le développement financier influence positivement le ratio du produit par tête par rapport à la frontière technologique. La formalisation de l'asymétrie d'information chez Aghion, Howitt et Mayer-Foulkes (2005) se rapproche de celle de Aghion, Banerjee et Piketty (1999). Dans ces modèles, les contraintes de crédits sont justifiées par l'existence d'un risque de défaut sur le marché du capital. En effet, du fait de l'aléa moral sur les agents, un entrepreneur peut cacher à la banque le résultat de son investissement et faire défaut (ne pas rembourser sa dette). Ce comportement amène la banque à fixer un seuil limite de crédit qui dépend du rendement moyen net des investissements. Dans le modèle de Aghion, Howitt et Mayer-Foulkes, les agents investissent dans la R&D pour produire des biens intermédiaires. Le taux d'innovation ne dépend que du capital bien final de l'économie et est identique pour tous les agents à l'équilibre. L'inégalité intra-pays n'est pas analysée; seule la dynamique de l'écart technologique a été étudiée. Toutefois, le capital humain qui permet de s'adapter au changement technologique (Nelson et Phelps (1966)) est ignoré dans ce modèle. Le mécanisme de transmission des effets des imperfections à la croissance économique n'est pas perceptible.

Nous introduisons dans le modèle de Aghion, Howitt et Mayer-Foulkes (2005) l'hétérogénéité des agents et des taux d'innovation qui dépendent à la fois du capital bien final et du capital humain. Les agents ont les mêmes préférences et consomment toutes leurs richesses nettes de seconde période. Pendant leur jeunesse, ils travaillent dans un secteur de production de bien final et gagnent le même salaire dépendant de la productivité moyenne de l'économie.

¹Ils supposent en effet que le monde est composé de m pays pour justifier l'existence d'une frontière technologique.

Ils accumulent des connaissances grâce aux niveaux de capital humain hérité et à la distance relative de la productivité moyenne de l'économie par rapport à la frontière technologique. A la seconde période, les agents peuvent s'orienter dans deux secteurs différents: le secteur de la R&D et celui de l'implémentation. Dans le secteur d'implémentation, les agents produisent des biens intermédiaires avec la productivité moyenne de l'économie de la période précédente. Les banques assurent l'intermédiation financière. Les agents investissant dans la R&D financent leurs activités grâce aux crédits octroyés par les banques. L'asymétrie d'information sur le marché est caractérisée par l'anti-sélection des emprunteurs.

Nous parvenons, dans ce contexte, à quatre résultats. Le premier résultat concerne l'existence d'un seuil "inférieur" de capital humain permettant de discriminer les agents selon leurs occupations. Ce seuil est tel que les agents (qualifiés) ayant un niveau de capital humain supérieur à ce seuil empruntent sur le marché du capital pour investir dans la R&D tandis que les agents (moins qualifiés) dont le niveau du capital humain est en-dessous du seuil inférieur prêtent leurs richesses et produisent leurs biens intermédiaires avec la productivité moyenne de l'économie de la période précédente. En effet, les agents moins qualifiés ont un rendement moyen net négatif s'ils investissent dans la R&D, car ils ont moins de chance de réussir l'innovation en raison de leur faible niveau de capital humain. Le deuxième résultat est qu'en présence d'information imparfaite sur le marché du capital, il existe un seuil "supérieur" de capital humain tel que les investisseurs les moins talentueux sur-investissent et les plus qualifiés ayant un niveau de capital humain supérieur au seuil sont rationnés. L'existence de ce seuil s'explique par l'anti-sélection sur les emprunteurs. En effet, les banques ne connaissant pas la probabilité de succès de la R&D de chaque emprunteur, vont proposer un taux d'intérêt unique sur les crédits de façon à rendre leur profit net nul. Nous montrons (troisième résultat) que l'équilibre en information parfaite est caractérisé par un taux d'intérêt d'autant plus réduit et un niveau d'investissement d'autant plus élevé que l'agent est talentueux. En effet, les agents plus talentueux ont plus de chance d'innover et rembourser leurs crédits. En revanche, pour les agents moins talentueux les risques de non remboursement de leurs crédits sont tellement élevés que les banques accordent moins de crédits à des coûts élevés. Nous montrons aussi (quatrième résultat) que les imperfections du marché de capitaux réduisent le taux de croissance de l'économie par rapport à celui de la situation d'information parfaite sur le marché. Ce résultat s'explique par le rationnement des agents les plus qualifiés. Ce rationnement du crédit réduit les investissements en R&D réalisés et par conséquent diminue le taux moyen d'innovation de l'économie, impliquant une baisse de la croissance économique. Ce résultat met en évidence un mécanisme selon lequel les imperfections du marché du capital influencent le taux de croissance à travers son impact sur l'innovation, donc sur le changement technologique. La croissance et la convergence d'une économie dépendent non seulement de la distribution du capital humain mais aussi du ratio des crédits par rapport à la frontière technologique.

D'un point de vue théorique, notre contribution s'inscrit au moins dans trois champs de recherche. Notre modèle est proche de la littérature sur les choix d'occupation des individus d'une économie en présence d'imperfections sur le marché du capital. Dans ces modèles, les choix d'occupations sont déterminés de façon endogène et les imperfections du marché du capital influencent négativement la croissance économique. Nous pouvons citer entre autres travaux, Banerjee et Newman (1993), Galor et Zeira (1993), Galor et Moav (2004), Aghion et Bolton (1997), Piketty (1997). Ces modèles génèrent des trappes de pauvreté du fait de l'existence de non-convexités dans la production et d'externalités. D'autres évidences sont présentées par Ghatak, Morelli et Sjöström (2001)

ou Ghatak, Morelli et Sjöström (2002). Ces études supposent que les agents peuvent aussi être différents de par leurs capacités entrepreneuriales. Ghatak, Morelli et Sjöström (2001) montrent dans ce contexte que les imperfections du marché du capital sont une source d'incitation à travailler et peuvent accroître le bien-être des agents. Ainsi, toute politique de réduction des imperfections peut être négative pour le bien-être. Dans ces modèles, les agents ont les mêmes technologies de production et à la différence de notre modèle, les mêmes coûts d'investissement. Il n'existe, par ailleurs, pas de changement technologique et la possibilité de croissance et de convergence des taux de croissance à long terme n'est pas envisagée.

Notre étude est aussi liée à la littérature sur la croissance endogène. Un pays technologiquement en retard ne peut mettre en place une technique de production venant d'ailleurs sans un effort d'investissement. Le pays d'accueil d'une technique de production développée par ailleurs devra alors investir dans la R&D pour s'approprier la technologie et l'adapter à son environnement domestique, car le savoir technologique est souvent spécifique (Aghion, Howitt et Mayer-Foulkes (2005), Crifo (2008)). Ces investissements jouent alors le même rôle que la R&D dans les modèles de croissance endogène du type Grossman et Helpman (1991) ou Aghion et Howitt (1992). Ces investissements donnent lieu à de nouvelles technologies dans le pays dans lequel ils sont mis en place. Ainsi, comme l'ont bien montré Cohen et Levinthal (1999), chaque transfert de technologie est accompagné d'une innovation dans le pays d'accueil. Cette adoption de technologie est d'autant plus coûteuse que la technique à transférer est "avancée" ou sophistiquée. Ce constat montre la difficulté liée aux transferts technologiques, surtout en direction des pays en développement.

Notre contribution est proche de la littérature sur les rationnements de crédits. Stiglitz et Weiss (1981) ont été les premiers à proposer une justification théorique des rationnements de crédits. Dans leur modèle, les agents peuvent emprunter auprès des banques pour investir dans des projets risqués. Ils montrent qu'en présence d'asymétries d'information sur le marché du capital, l'équilibre est caractérisé par un rationnement des agents au niveau du montant de leurs crédits. Il existe dans ce cas une relation négative entre le taux d'intérêt et le rendement espéré des banques. Mais, Stiglitz et Weiss (1992) proposent un mécanisme par lequel la relation entre le taux d'intérêt et le rendement espéré des banques est positive. En effet, un taux d'intérêt élevé réduit la proportion des emprunteurs à bas risque, ce qui conduit les emprunteurs à choisir des techniques risquées (effet d'incitation). D'autres évidences sont fournies par Bernhardt (2000), De Mezza et Webb (1987), par exemple. Une limite de ces modèles est l'absence de changement technologique dans l'économie, ce qui exclut la possibilité de croissance à long terme.

La suite de nos propos est organisée suivant ce plan. La section 2 décrit le comportement des acteurs de l'économie. Elle présente l'accumulation de connaissances des individus, les comportements des firmes de production de bien final, de biens intermédiaires et des banques. Dans la section 3, nous déterminons les niveaux d'investissement en R&D des emprunteurs et les contrats d'équilibre proposés par les banques dans le cas d'information symétrique d'une part et en asymétrie d'information d'autre part. La section 4 caractérise la croissance économique et la dynamique du retard technologique en information parfaite et en asymétrie d'information. Nous terminons par une conclusion.

2 Présentation des acteurs de l'économie

Nous partons du modèle multi-pays de Aghion, Howitt et Mayer-Foulkes (2005) ou de Howitt (2000) comportant m pays différents dans lequel nous introduisons l'accumulation de connaissances des agents dans les activités de production de bien final, un secteur bancaire qui octroie des prêts aux agents pour investir dans la recherche et développement afin d'accroître la qualité des biens intermédiaires de l'économie. Nous supposons qu'il n'y a pas de transfert des facteurs travail et capital et que le bien final et les biens intermédiaires sont non-échangeables; seules les idées peuvent être diffusées d'un pays à un autre. Nous montrons qu'en information parfaite, les banques offrent des contrats financiers individuels en fonction du niveau d'aptitudes individuelles de chaque agent. Ces contrats ne dépendent pas de la richesse initiale des agents, mais de leurs niveaux de connaissance (ou de la probabilité de succès de la R&D). Nous montrons, en outre, que lorsque les banques n'ont aucune information sur les talents des agents, mais connaissent une distribution de ces talents, les individus moins talentueux sur-investissent tandis que les plus talentueux sont rationnés. A l'équilibre, du fait de la sélection adverse sur les talents des agents, les banques proposent un coût du capital constant favorisant les individus moins talentueux.

Nous exposerons principalement dans cette section le comportement d'accumulation de capital humain des agents et le comportement des firmes de production et d'innovation et des banques.

2.1 Description des agents

Nous nous plaçons dans une économie quelconque parmi les m pays que compose le monde, que nous appellerons *économie nationale*. L'économie nationale est peuplée d'agents hétérogènes à générations imbriquées vivant deux périodes répartis sur le continuum $[0, L]$. Chaque agent de type i hérite des aptitudes $\theta_t(i)$ de son ascendant (connaissances, savoir-faire) et accroît ses capacités en travaillant dans le secteur de production de bien final (*learning-by-doing*). A la fin de la période t , ses aptitudes atteignent le niveau $\theta_{t+1}(i)$ ². Le niveau d'aptitudes de seconde période évolue suivant la dynamique:

$$\theta_{t+1}(i) = [\theta_t(i)]^\sigma [\delta_t]^{1-\sigma}. \quad (1)$$

$\delta_t = \frac{A_t}{A_t^{\max}}$ est une mesure de l'écart technologique ou de la distance à la frontière technologique de l'économie nationale. A_t et A_t^{\max} sont respectivement le niveau technologique du pays considéré et le niveau technologique du pays leader dans le monde. Cette modélisation est une variante de celle utilisée par Aghion et Cohen (2004).

Cette modélisation indique que les agents accumulent d'autant plus de connaissances que leur pays d'appartenance est proche de la frontière technologique. Les connaissances héritées du passé entrent dans la fonction d'accumulation de talent avec des rendements décroissants.

L'agent jeune perçoit un salaire w_t qui représente la rémunération de son travail au cours de sa première période de vie. Au cours de la deuxième période de vie (période $t+1$), chaque agent adulte donne naissance à un enfant (taux de croissance démographique de

²L'aptitude (capital humain) d'un individu peut aussi dépendre des connaissances et du secteur d'occupation de son ascendant (voir par exemple Galor et Tsiddon (1997a)). Pour une revue des travaux sur l'accumulation de connaissances, voir par exemple Lucas (1988), d'Autume et Michel (1994), Aghion et Cohen (2004), Galor et Moav (2000, 2004), Tamura (2006).

l'économie est nul). Il peut, au cours de cette période, investir dans le secteur de la recherche et développement et innover en accroissant la qualité du bien intermédiaire du secteur dans lequel il entreprend (voir Aghion et Howitt (1992) ou Grossman et Helpman (1991)) ou placer son salaire sur le marché du capital sous forme d'épargne. Pour simplifier l'analyse, l'utilité d'un agent est égale à sa consommation de deuxième période. Dans cette économie, la seule source d'inégalité est le niveau d'aptitudes individuelles.

2.2 Description des firmes

Cette sous-section décrit le comportement des entreprises de production de bien final, des firmes de production de biens intermédiaires, du comportement des banques et présente les activités de recherche et développement permettant d'innover.

2.2.1 Production de bien final

Il existe dans l'économie un bien de consommation finale produit à partir du facteur travail, des différentes technologies courantes et de biens intermédiaires. Le bien final est utilisé comme input dans la production de biens intermédiaires et comme input dans les activités de recherche et développement. La technologie de production de bien final est résumée par une fonction du type:

$$Y_t = \int_0^1 L^\alpha A_t(j)^\alpha x_t(j)^{1-\alpha} dj, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (2)$$

$x(j)$ désigne l'input de la dernière version de bien intermédiaire de type j et $A(j)$ l'efficacité technique de ce bien intermédiaire. Pour simplifier, le travail L est de mesure unitaire. Le bien final, considéré comme numéraire, est produit de façon concurrentielle. La demande de chaque bien intermédiaire et le salaire w des travailleurs vérifient les équations:

$$p_t(j) = (1 - \alpha) \left[\frac{A_t(j)}{x_t(j)} \right]^\alpha \quad (3)$$

$$w_t = \alpha Y_t. \quad (4)$$

Tous les agents disposent en début de seconde période de vie du même revenu w_t à t . Les prix sont négativement liés aux demandes de biens inputs avec une élasticité constante égale à $1/\alpha$.

2.2.2 Production de biens intermédiaires

Le secteur intermédiaire est composé d'un continuum de producteurs en position de monopole sur leur bien spécifique. Pour chaque bien intermédiaire, il existe un seul individu né à la période t capable de produire ce bien à la période suivante. Du point de vue des agents, l'activité de production d'un bien intermédiaire a lieu pendant leur seconde période de vie. Un producteur de bien intermédiaire produit en fonction du bien final qu'il utilise comme facteur de production et grâce à l'efficacité technique ou la qualité $A_{t+1}(j)$ de ce bien (le choix de ce niveau est endogène comme nous allons le voir). Chaque agent détient le monopole dans la production d'un bien input donné. Les biens intermédiaires

sont répartis sur 0 et 1 de façon uniforme. Pour simplifier, nous supposons qu'il y a autant de secteurs que d'agents.

Dans chaque secteur intermédiaire, le bien input de type j est produit à partir de capital bien final avec la qualité $A_{t+1}(j)$ à la date $t + 1$. La production d'une unité de bien input nécessite ε (avec $\varepsilon > 1$) unités de capital bien final. Le monopole local choisit la quantité de bien $x_{t+1}(j)$ qui maximise son profit $(p_{t+1}(j)x_{t+1}(j) - \varepsilon x_{t+1}(j))$. Le prix des biens intermédiaires est un mark-up sur le coût marginal de production de bien input, $p = p_{t+1}(j) = \frac{\varepsilon}{1-\alpha}$. La demande de bien input de type j prend la forme simple $x_{t+1}(j) = \left(\frac{(1-\alpha)^2}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{\alpha}} A_{t+1}(j)$. Le profit du monopole de bien intermédiaire de type j à la date $t + 1$ est alors égal:

$$\pi_{t+1}(j) = \pi A_{t+1}(j). \quad (5)$$

où $\pi = \frac{\alpha\varepsilon}{1-\alpha} \left(\frac{(1-\alpha)^2}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$. Le profit de production d'un bien intermédiaire de type j augmente avec sa productivité. Le niveau moyen de la productivité de l'économie représente la somme des qualités des biens intermédiaires³:

$$A_{t+1} = \int_0^1 A_{t+1}(j) dj. \quad (6)$$

La production est une fonction linéaire de la productivité moyenne, $Y_t = \left(\frac{(1-\alpha)^2}{\varepsilon}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} A_t$ et le salaire des agents de la première période prend alors la forme simple $w_t = \omega A_t$, où $\omega = \alpha \left(\frac{(1-\alpha)^2}{\varepsilon}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$.

Chaque secteur intermédiaire produit un bien intermédiaire servant à la production du bien final. Il existe dans l'économie deux types de secteurs intermédiaires: un premier type de secteurs intermédiaires (*Secteur d'implémentation*) composé d'agents produisant les biens intermédiaires par l'adoption de la technologie existante⁴, A_t et un deuxième type (*Secteur de R&D*) comprenant des agents investissant dans la recherche et développement. Les agents investissant dans la R&D peuvent innover et produire leurs biens intermédiaires avec une efficacité technique plus élevée. Pour simplifier l'analyse, nous supposons que le revenu espéré de deuxième période d'un agent investissant dans la R&D est supérieur à celui d'un agent "implémenteur".

2.2.3 Secteur de recherche et développement

Les activités de recherche et développement ont pour objet d'accroître la qualité d'un input donné. En cas d'innovation dans le secteur j (réussite de la R&D), l'entrepreneur constitue un monopole pour le bien intermédiaire j avec la productivité $A_{t+1}(j)$ égale à celle du pays leader, A_{t+1}^{\max} évoluant à un taux constant g . Cette hypothèse de saut de la technologie est la manifestation des transferts de technologie "actifs", autrement dit la R&D domestique

³On suppose que les différentes productivités des biens sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées. En appliquant la loi des grands nombres, on a $A_t = E(A_t(j))$, où $E(\cdot)$ désigne l'opérateur "espérance mathématique".

⁴Récemment, Cunha-e-Sa, Reis et Roseta-Palma, en montrant le rôle important joué par le changement technologique dans un secteur de ressource non-renouvelable, montrent que les bénéfices espérés de l'adoption d'une technologie augmentent avec la taille du stock de ressource et les prix.

utilise les idées développées ailleurs dans le monde. Les innovations ne durent qu'une période; à la fin de chaque période, tous les secteurs disposent de la technologie moyenne (la technologie se comporte comme une externalité après une période). Pour simplifier, le capital physique se déprécie totalement après une période.

Chaque entrepreneur innove grâce à ses aptitudes θ_{t+1} et au capital physique K_{t+1} que constitue le bien final. Soit $k_{t+1} = \frac{K_{t+1}}{A_{t+1}^{\max}}$ le stock de capital en unité efficace. Le taux d'innovation μ_{t+1} d'un secteur donné à la date $t+1$ dépend du niveau de connaissance de l'investisseur et du capital bien final⁵, $\mu_{t+1} = \mu(\theta_{t+1}, k_{t+1})$. La division par la frontière technologique A_{t+1}^{\max} rend compte de l'effet "*fishing out*" qui indique ici qu'un investisseur doit dépenser davantage de bien final lorsque la frontière technologique est élevée pour conserver ses chances d'innover; la technique de R&D est intensive en capital bien final. Un niveau d'investissement en recherche et développement élevé accroît la probabilité d'innover mais à un taux décroissant, c'est-à-dire $\mu_k = \frac{\partial \mu}{\partial k} > 0$ et $\mu_{kk} = \frac{\partial^2 \mu}{\partial k^2} < 0$. En outre, les agents talentueux ont de fortes chances d'innover. Nous supposons que les aptitudes individuelles et le niveau d'investissement dans la recherche et développement sont des facteurs complémentaires dans le processus d'innovations, $\mu_{\theta k} = \frac{\partial^2 \mu}{\partial \theta \partial k} > 0$. La qualité du bien intermédiaire produit dans le secteur j en cas d'innovation (succès avec une probabilité μ_{t+1}) est $A_{t+1}(j) = A_{t+1}^{\max}$ et celle en cas d'échec (avec une probabilité $1 - \mu_{t+1}$) est $A_{t+1}(j) = A_t$ ⁶.

Dans un secteur de R&D, l'investisseur mène deux activités distinctes: il investit d'abord dans la R&D pour accroître la qualité du bien intermédiaire de ce secteur (il dépense dans ce cas un montant K_{t+1} en bien final) et ensuite produit effectivement son bien intermédiaire servant à la production du bien final avec une meilleure productivité. Cette dernière activité lui procure un profit $\pi_{t+1}(j) = \pi A_{t+1}(j)$. La figure 1 présente la productivité d'un bien intermédiaire et le profit d'un agent suivant le secteur de son activité.

Finalement, le profit net espéré d'un agent investissant dans la R&D est

$\mu(\theta_{t+1}, k_{t+1}) \pi A_{t+1}^{\max}$ tandis que celui d'un agent entreprenant dans le secteur d'implémentation est πA_t .

2.2.4 Intermédiaire bancaire et innovations

Le salaire de première période w_t d'un agent peut être utilisé pour financer la recherche et développement ou alors être placé sur le marché du capital au taux d'intérêt endogène, non risqué R_{t+1} .

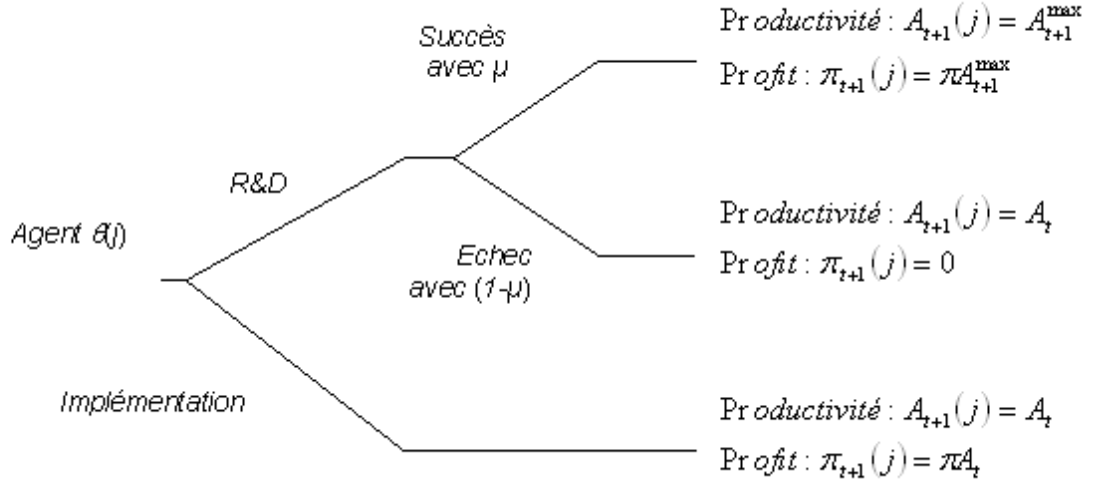
Il existe dans l'économie des intermédiaires financiers constitués par un grand nombre de banques en concurrence parfaite. Ces banques collectent l'épargne des agents et les répartissent entre les investisseurs sous forme de prêts.

Lorsque le niveau d'investissement K_{t+1} est élevé, les agents peuvent emprunter en s'adressant à la banque. Chaque agent disposant d'une richesse initiale égale à ωA_t emprunte auprès des banques $K_{t+1} - \omega A_t$ ou encore $k_{t+1} A_{t+1}^{\max} - \omega A_t$. Finalement, les banques

⁵La formalisation de la probabilité de succès est empruntée à Aghion, Howitt et Mayer-Foulkes (2005). La différence avec leur spécification est que le taux de réussite de la R&D dépend du niveau de capital humain de chaque agent.

⁶L'analyse reste inchangée lorsque la qualité du bien intermédiaire en cas de succès de la R&D est $A_{t+1}(j) = b A_{t+1}^{\max} + (1-b) A_t$ ($0 < b \leq 1$) et la qualité en cas d'échec est $A_{t+1}(j) = A_t$.

Figure 1: Choix de l'occupation des agents.



offrent des contrats $(k_{t+1}A_{t+1}^{\max} - \omega A_t, r_{t+1})$, où r_{t+1} est le taux d'intérêt sur les prêts bancaires. D'autres individus peuvent décider de s'auto-financer et épargner. Les agents remboursent leurs emprunts au taux r_{t+1} en cas de succès (innovation) et ne remboursent rien en cas d'échec. Trois cas de figure peuvent se présenter.

Cas 1 L'agent auto-finance entièrement ses activités de recherche en utilisant toutes ses ressources. Son profit net est πA_{t+1}^{\max} avec une probabilité $\mu\left(\theta_{t+1}, \frac{\omega A_t}{A_t^{\max}}\right)$ en cas de succès de la recherche et développement et nul en cas d'échec avec $1 - \mu\left(\theta_{t+1}, \frac{\omega A_t}{A_t^{\max}}\right)$.

Cas 2 L'agent dispose de suffisamment de ressources pour auto-financer ses activités de recherche et développement et épargner le surplus de revenu. En cas d'innovation, l'individu dispose d'un profit net égal à $\pi A_{t+1}^{\max} + (1 + R_{t+1})(\omega A_t - k_{t+1}A_{t+1}^{\max})$ avec une probabilité $\mu(\theta_{t+1}, k_{t+1})$. En cas d'échec avec une probabilité $1 - \mu(\theta_{t+1}, k_{t+1})$, il a un profit net égal à $(1 + R_{t+1})(\omega A_t - k_{t+1}A_{t+1}^{\max})$.

Cas 3 Les coûts d'investissement en recherche et développement sont tellement élevés que l'agent a recours aux financements bancaires. Le profit net en cas de succès est donc $\pi A_{t+1}^{\max} - (1 + r_{t+1})(k_{t+1}A_{t+1}^{\max} - \omega A_t)$ ⁷ avec une probabilité $\mu(\theta_{t+1}, k_{t+1})$ et un profit net nul en cas d'échec avec une probabilité $1 - \mu(\theta_{t+1}, k_{t+1})$.

3 Investissement en R&D et contrat financier d'équilibre

Dans cette section, nous nous intéressons en particulier au comportement des investisseurs dans la R&D. Nous calculons le niveau d'investissement optimal des agents, ainsi que le contrat financier d'équilibre proposé par les banques.

⁷Nous supposons que lorsque l'agent innove, il perçoit suffisamment de ressources pour rembourser sa dette.

3.1 Investissement en R&D et contrat financier en information parfaite

3.1.1 Comportement d'un agent emprunteur

Nous nous intéressons dans ce paragraphe au comportement des agents emprunteurs.

Les banques, en concurrence parfaite, connaissent les aptitudes individuelles des agents et sont capables d'observer ex post et sans coût si l'investissement en R&D a réussi ou a échoué. Elles sont en compétition sur le taux d'intérêt r_{t+1} et le montant des prêts $(K_{t+1} - w_t)$ qu'elles octroient aux agents économiques. Elles vont donc proposer à chaque agent un contrat différent $(k_{t+1}(\theta_{t+1}), A_{t+1}^{\max} - \omega A_t, r_{t+1}(\theta_{t+1}))$ relativement à ses capacités θ_{t+1} ⁸. Il existe alors un continuum de contrats proposés sur le marché du capital.

Lorsqu'un investisseur de capacités θ_{t+1} entreprend dans la recherche et développement, il innove (réussit) avec une probabilité $\mu(\theta_{t+1}, k_{t+1})$ croissante avec son niveau d'aptitude. Dans ce cas, il réalise un profit qui lui permet de rembourser sa dette initiale. En cas d'échec avec une probabilité $1 - \mu(\theta_{t+1}, k_{t+1})$, il n'a aucun profit et ne peut rembourser la dette contractée. Son utilité espérée représente sa richesse nette espérée:

$$EU_{t+1} = \mu(\theta_{t+1}, k_{t+1}) [\pi A_{t+1}^{\max} - (1 + r_{t+1})(k_{t+1} A_{t+1}^{\max} - \omega A_t)]. \quad (7)$$

Les courbes d'indifférence $EU_{t+1}(k(\theta), r(\theta)) = cste$ sont concaves⁹ dans le plan (k, r) . Le profit est maximum au point où

$$\frac{\partial \mu}{\partial k_{t+1}} \left[\pi - (1 + r_{t+1}) \left(k_{t+1} - \frac{\omega A_t}{A_{t+1}^{\max}} \right) \right] = \mu(\theta_{t+1}, k_{t+1}) (1 + r_{t+1}). \quad (8)$$

Les courbes d'indifférence croissent avec les aptitudes individuelles étant donné que le taux d'innovation est croissant avec le niveau de connaissances d'un individu, autrement dit les agents talentueux sont prêts à accepter des niveaux élevés de taux d'intérêt sur leurs emprunts parce qu'ils ont beaucoup de chance de réussir la recherche et développement et bénéficier de profits élevés. Les banques vont donc offrir des contrats différents qui reflètent le niveau de connaissances de chaque agent.

3.1.2 Comportement des banques

Les banques sont supposées neutres au risque. Leurs ressources proviennent des dépôts des agents de l'économie, au taux R_{t+1} . Pour un investisseur empruntant $(k_{t+1} A_{t+1}^{\max} - w_t)$, les banques gagnent $(1 + r_{t+1})(k_{t+1} A_{t+1}^{\max} - \omega A_t)$ en cas de succès de la recherche et développement avec une probabilité $\mu(\theta_{t+1}, k_{t+1})$ et ont un gain nul en cas d'échec avec $(1 - \mu(\theta_{t+1}, k_{t+1}))$. Mais, elles reversent aux épargnants $(1 + R_{t+1})(k_{t+1} A_{t+1}^{\max} - \omega A_t)$. Le rendement moyen espéré d'une banque est:

⁸Tout se passe comme s'il existait dans l'économie un sous-marché de capital pour chaque niveau d'aptitudes θ_{t+1} .

⁹La pente de la courbe d'indifférence d'un emprunteur dans le plan (k, r) est donnée par la relation (en

posant $\lambda = \frac{A_{t+1}^{\max}}{A_t}$):

$$\frac{dr}{dk} = - \frac{\frac{\partial EU}{\partial k}}{\frac{\partial EU}{\partial r}} = - \frac{\frac{\partial \mu}{\partial k} [\pi - (1 + r) (k - \frac{\omega}{\lambda})] - \mu(\theta, k) (1 + r)}{\mu(\theta, k) (k - \frac{\omega}{\lambda})}$$

$$E\Pi_{t+1} = \mu(\theta_{t+1}, k_{t+1}) (1 + r_{t+1}) (k_{t+1} A_{t+1}^{\max} - \omega A_t) - (1 + R_{t+1}) (k_{t+1} A_{t+1}^{\max} - \omega A_t). \quad (9)$$

A l'équilibre, le profit de la banque est nul. La contrainte de participation ou de rentabilité des banques s'écrit alors:

$$\mu(\theta_{t+1}, k_{t+1}) (1 + r_{t+1}) = 1 + R_{t+1}. \quad (10)$$

Les courbes d'iso-profit sont convexes dans le plan (k, r) ¹⁰.

Le contrat financier d'équilibre de chaque agent est tel que chaque banque annonce son contrat $(K_{t+1} - \omega A_t, r_{t+1})$ pour chaque niveau de connaissances θ et les emprunteurs sélectionnent simplement le contrat préféré parmi les contrats offerts par les banques. Le niveau de crédit de l'agent emprunteur maximise son utilité sous la contrainte de rentabilité de la banque.

Chaque agent de connaissances θ maximise son utilité sous la contrainte de rentabilité des banques. Le taux d'intérêt n'est *a priori* pas donné. Le programme de chaque agent est résumé par le système suivant:

$$\begin{cases} \max_{\{r_{t+1}, k_{t+1}\}} \left\{ \mu(\theta_{t+1}, k_{t+1}) [\pi A_{t+1}^{\max} - (1 + r_{t+1}) (k_{t+1} A_{t+1}^{\max} - \omega A_t)] \right\} \\ sc : \mu(\theta_{t+1}, k_{t+1}) (1 + r_{t+1}) = 1 + R_{t+1} \end{cases}. \quad (11)$$

Le contrat d'équilibre est indépendant de la richesse initiale de l'agent. Les niveaux de l'investissement et les taux d'intérêt à l'équilibre¹¹ vérifient les relations:

$$\begin{cases} \pi \frac{\partial \mu}{\partial k_{t+1}^*}(\theta_{t+1}) (\theta_{t+1}, k_{t+1}^*(\theta_{t+1})) = 1 + \hat{R}_{t+1} \\ \mu(\theta_{t+1}, k_{t+1}^*) (1 + \hat{r}_{t+1}(\theta_{t+1})) = 1 + \hat{R}_{t+1} \end{cases}. \quad (12)$$

Les niveaux d'investissement en recherche et développement sont indépendants des richesses initiales des agents¹². Le problème d'un individu est en fait de déterminer quelle proportion de sa richesse initiale allouer aux activités de recherche et développement d'une part et d'autre part laquelle épargner sur le marché du capital. L'équation (12) représente alors une relation de non-arbitrage entre l'épargne et l'investissement. Elle indique que le niveau d'investissement d'équilibre est celui qui assure l'égalité entre le facteur d'intérêt courant sur les prêts des agents et le profit marginal brut espéré des investissements en recherche et développement.

Le niveau d'investissement en R&D d'un agent augmente à mesure qu'il est riche.

Les relations (12) permettent d'exprimer le taux d'intérêt sur les crédits et les niveaux d'investissement comme fonctions des connaissances et du taux d'intérêt sur les dépôts:

¹⁰En effet, en remarquant que le profit des banques est nul, $(1 + r_{t+1}) \mu(\theta_{t+1}, k_{t+1}) = 1 + R_{t+1}$, nous avons:

$$\begin{aligned} \frac{dr_{t+1}}{dk_{t+1}} &= - \frac{(1 + R_{t+1}) \frac{\partial \mu}{\partial k_{t+1}}}{[\mu(\theta_{t+1}, k_{t+1})]^2} < 0 \\ \frac{d^2 r_{t+1}}{d(k_{t+1})^2} &= - \left[\frac{1 + R_{t+1}}{[\mu(\theta_{t+1}, k_{t+1})]^2} \frac{\partial^2 \mu}{\partial (k_{t+1})^2} - \frac{2(1 + R_{t+1})}{[\mu(\theta_{t+1}, k_{t+1})]^3} \left(\frac{\partial \mu}{\partial k_{t+1}} \right)^2 \right] > 0 \end{aligned}$$

¹¹Le modèle est résolu en annexe II en considérant une forme particulière de la probabilité de réussite de la R&D. Cette fonction est donnée par $\mu(\theta, k) = B(\theta) [1 - \exp(-k)]$.

¹²Voir Aghion et Bolton (1997), Piketty (1997), Hidalgo-Cabrillana (2004).

$$\begin{cases} k_{t+1} = k_{t+1}^* \left(\theta_{t+1}, \hat{R}_{t+1} \right) \\ r_{t+1} = \hat{r}_{t+1} \left(\theta_{t+1}, \hat{R}_{t+1} \right) \end{cases} \quad (13)$$

Proposition 1 *Supposons que la probabilité de succès des innovations est $\mu(\theta, k) = B(\theta) [1 - e^{-k}]$, avec $0 \leq B(\theta) < 1$ et $B'(\theta) > 0$. Alors l'investissement en R&D et le taux d'intérêt sur les crédits d'équilibre en information parfaite pour un niveau de capital humain θ_{t+1} et un taux d'intérêt sur les dépôts \hat{R}_{t+1} , vérifient:*

$$\begin{cases} k_{t+1}^* \left(\theta_{t+1}, \hat{R}_{t+1} \right) = \ln \left[\frac{\pi B(\theta_{t+1})}{1 + \hat{R}_{t+1}} \right] \\ 1 + \hat{r}_{t+1} \left(\theta_{t+1}, \hat{R}_{t+1} \right) = \frac{\pi(1 + \hat{R}_{t+1})}{\pi B(\theta_{t+1}) - (1 + \hat{R}_{t+1})} \end{cases} \quad (14)$$

Preuve. Voir annexe II. ■

Les banques accordent un montant de crédit d'autant plus important à un investisseur et à un taux d'intérêt d'autant plus faible que le niveau de capital humain de cet agent est important. En effet, un individu qualifié a une forte probabilité de réussir sa R&D et rembourser le montant de sa dette. En revanche, il est plus coûteux pour un individu moins qualifié d'emprunter auprès du système financier pour investir dans la R&D, car il est peu probable pour lui d'améliorer la qualité de son bien intermédiaire.

Il reste finalement à déterminer le taux d'intérêt d'équilibre, \hat{R}_{t+1} pour le bouclage du modèle. Le lemme suivant définit la relation entre le niveau d'investissement en R&D de chaque agent et son niveau de capital humain.

Lemme 1 *L'investissement en recherche et développement d'équilibre d'un agent est d'autant plus important que l'individu est talentueux.*

Preuve. Considérons la relation (12) et différencions-la. Nous avons:

$$\pi \left[\frac{\partial^2 \mu}{\partial k^2} dk + \frac{\partial^2 \mu}{\partial \theta \partial k} d\theta \right] = d\hat{R}.$$

Considérons les hypothèses sur le taux d'innovations, $\mu_{kk} = \frac{\partial^2 \mu}{\partial k^2} < 0$ et $\mu_{\theta k} = \frac{\partial^2 \mu}{\partial \theta \partial k} > 0$. Le niveau d'investissement est croissant avec le niveau de connaissances des agents lorsque le taux d'intérêt d'équilibre est réalisé. ■

Le lemme 1 indique bien que les agents disposant du même niveau de richesse initiale la décision d'investissement en R&D sera guidée par la probabilité d'innover, autrement dit par les aptitudes individuelles des agents.

Lorsqu'un individu investit un niveau de capital physique supérieur au niveau d'investissement en R&D d'équilibre, c'est-à-dire lorsqu'il y a sur-investissement, le profit marginal espéré de l'investissement en R&D est inférieur au facteur d'intérêt sur l'épargne. Il doit donc réduire son niveau d'investissement jusqu'au niveau d'équilibre et épargner le surplus de son revenu de première période. Ainsi, les agents ayant un niveau de revenu supérieur au niveau optimal d'investissement en R&D vont s'auto-financer et devenir prêteurs. En revanche, les agents ayant un revenu inférieur au niveau d'investissement en R&D d'équilibre vont augmenter leur niveau d'investissement en empruntant sur le marché du capital.

Proposition 2 *Il existe dans l'économie un niveau seuil unique d'aptitudes individuelles $\tilde{\theta}(\delta_t)$ tel que les individus ayant des capacités plus importantes que le niveau-seuil¹³ $\tilde{\theta}(\delta_t)$ sont emprunteurs et les autres prêteurs sur le marché du capital. Ce niveau limite d'aptitudes individuelles vérifie $k(\tilde{\theta}(\delta_t)) A_{t+1}^{\max} = \omega A_t$, où k est solution de (12).*

Preuve. Le lemme précédent montre que le niveau d'investissement optimal est une fonction continue strictement monotone du niveau d'aptitudes d'un individu à valeurs dans $[0, +\infty[$. Donc pour un niveau de capital égal au salaire $w_t = \omega A_t$, il existe un niveau seuil d'aptitudes discriminant les individus. La relation (12) indique donc que tous les individus talentueux sont des investisseurs dans la R&D et les moins talentueux strictement prêteurs de fonds sur le marché de capital. ■

La proposition précédente montre que dans l'économie, les agents ayant un niveau d'aptitudes plus faible seront prêteurs tandis que ceux plus talentueux seront emprunteurs. Le niveau seuil de connaissances discriminant les individus est d'autant plus élevé que l'écart technologique entre le pays national et le pays leader est faible.

L'investissement en R&D dépend du niveau de connaissances et du taux d'intérêt endogène. Le taux d'intérêt, \hat{R}_{t+1} , appliqué aux dépôts des agents sur le marché du capital est celui qui égalise la demande de capital agrégée $\int K_{t+1}^*(\theta_{t+1}, R_{t+1}) dF_{t+1}(\theta)$ et l'offre (ou la richesse) de capital agrégée ωA_t ; F_{t+1} représente la fonction de répartition du niveau de connaissances de la date $t + 1$. Etant donnée la fonction de répartition de la date initiale, cette fonction vérifie la relation de récurrence¹⁴:

$$F_{t+1}(\theta) = F_t\left(\theta^{\frac{1}{\sigma}} \delta_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right) \quad (15)$$

Le taux d'intérêt d'équilibre \hat{R}_{t+1} est donc tel que:

$$\omega A_t = \int_{\tilde{\theta}(\delta_t)}^1 K_{t+1}^*(\theta_{t+1}, \hat{R}_{t+1}) dF_{t+1}(\theta) \quad (16)$$

L'ensemble des contrats proposés par les banques est alors donné par:

$$\Xi_{\theta} = \left\{ \left(K_{t+1}^*(\theta, \hat{R}_{t+1}) - \omega A_t; \frac{1 + \hat{R}_{t+1}}{\mu(\theta, k_{t+1}^*(\theta, \hat{R}_{t+1}))} - 1 \right) : K_{t+1}^*(\theta, \hat{R}_{t+1}) \text{ vérifie (12)} \right. \\ \left. \text{et } \hat{R}_{t+1} \text{ vérifie (16), } \theta \geq \tilde{\theta} \right\} \quad (17)$$

Le taux d'intérêt sur les emprunts d'un agent est déterminé par la probabilité de succès des activités de recherche et développement et par le facteur d'intérêt sur les dépôts. Il est d'autant plus faible que l'agent a de chance d'innover, c'est-à-dire lorsqu'il est très talentueux. Le contrat est optimal au sens de Pareto parce qu'il maximise à la fois l'utilité des emprunteurs et celle des banques.

¹³Ce seuil est aussi fonction du taux d'intérêt sur les dépôts. Pour alléger les notations, nous allons ignorer le taux d'intérêt parmi les arguments du seuil de capital humain.

¹⁴La suite de fonctions $(F_t)_{t \geq 0}$ est croissante pour un écart technologique donné. Ce résultat est présenté en annexe I.

3.2 Contrat d'équilibre en asymétrie d'information

Ici, nous supposons que chaque individu connaît son niveau d'aptitudes. En revanche, les banques sont incapables de distinguer les différents talents des agents emprunteurs, autrement dit les banques ne peuvent distinguer les probabilités de succès de la R&D des investisseurs. Il n'y a pas de mécanisme d'apprentissage des aptitudes des agents et ceux-ci n'émettent aucun signal au marché financier permettant de distinguer leurs types. Les emprunteurs disposent de plus d'information sur leurs caractéristiques que les banques avant la signature du contrat. Cependant, les banques connaissent (*ex ante*) la distribution des connaissances des agents comme représentée par la relation (15). Il se pose alors un problème d'anti-sélection.

Les individus ayant un niveau de connaissances supérieur à $\tilde{\theta}(\delta_t)$ peuvent emprunter auprès des banques et investir dans le secteur de la recherche. Mais le niveau de connaissances n'étant pas observable, un agent moins talentueux peut annoncer à la banque un niveau de connaissances plus élevé afin de bénéficier d'un capital plus important et d'un taux d'intérêt plus faible.

Les banques sont neutres au risque. En supposant donné le niveau d'investissement des agents, elles vont offrir un taux d'intérêt sur leurs prêts tel que l'espérance de gain est nulle à l'équilibre. Ce taux d'intérêt d'équilibre en asymétrie d'information vérifie de façon explicite la relation suivante:

$$\int_0^1 [\mu(\theta_{t+1}, k_{t+1}) (1 + \bar{r}_{t+1}) (k_{t+1} A_{t+1}^{\max} - \omega A_t) - (1 + R_{t+1}) (k_{t+1} A_{t+1}^{\max} - \omega A_t)] dF_{t+1}(\theta) = 0.$$

Le taux d'intérêt sur les emprunts \bar{r}_{t+1} d'équilibre vérifie la contrainte de participation des banques¹⁵:

$$1 + \bar{r}_{t+1} = \frac{1 + \bar{R}_{t+1}}{\bar{\mu}} \quad (18)$$

$$\text{où } \bar{\mu} = \int_0^1 \mu(\theta_{t+1}, \bar{k}_{t+1}) dF_{t+1}(\theta).$$

Chaque emprunteur considère comme donné le taux d'intérêt sur les prêts et maximise le revenu espéré de son investissement en R&D. Il résout le programme suivant:

$$\max_{\{k_{t+1}\}} \left\{ \mu(\theta_{t+1}, k_{t+1}) [\pi A_{t+1}^{\max} - (1 + \bar{r}_{t+1}) (k_{t+1} A_{t+1}^{\max} - \omega A_t)] \right\} \quad (19)$$

L'investissement en R&D \bar{k}_{t+1} d'un agent de connaissances θ_{t+1} vérifie la relation¹⁶:

$$\frac{\partial \mu}{\partial \bar{k}_{t+1}} [\pi A_{t+1}^{\max} - (1 + \bar{r}_{t+1}) (\bar{k}_{t+1} A_{t+1}^{\max} - \omega A_t)] - \mu(\theta_{t+1}, \bar{k}_{t+1}) (1 + \bar{r}_{t+1}) A_{t+1}^{\max} = 0 \quad (20)$$

¹⁵La relation du taux d'intérêt est obtenue en utilisant l'indépendance des deux variables aléatoires $(k_{t+1} A_{t+1}^{\max} - \omega A_t)$ et $(\mu(\theta_{t+1}, k_{t+1}) (1 + \bar{r}_{t+1}) - (1 + R_{t+1}))$.

¹⁶Sener (2008), par exemple, propose un modèle de croissance endogène et un cadre empirique mettant en évidence les déterminants d'une politique de R&D optimale. Son étude montre qu'il est optimal de taxer la R&D lorsque les innovations sont faibles et élevées, et de la subventionner lorsque l'intensité de l'innovation est intermédiaire (taux de subvention entre 5% et 25%).

Si le maximum d'utilité est atteint, c'est-à-dire si l'équation (20) admet une solution, alors l'investissement en R&D d'équilibre en information imparfaite dépend du niveau de connaissances de chaque agent et du taux d'intérêt sur les crédits. De façon explicite, cet investissement s'exprime par $\bar{k}_{t+1} = k_{t+1}(\theta_{t+1}, \bar{r}_{t+1})$.

En revanche, si l'équation (20) n'admet pas de solution, les agents seront contraints par le taux d'intérêt. Chaque investisseur annonce à la banque son niveau d'investissement d'équilibre en information parfaite $\bar{K}_{t+1} = K_{t+1}^*(\theta_{t+1}, \bar{r}_{t+1})$. Les banques leur accordent des montants de crédit de façon à respecter leur contrainte de participation. L'équilibre est alors caractérisé par le rationnement des agents les plus talentueux au niveau du taux d'intérêt sur leurs crédits¹⁷. Ce résultat peut ainsi se résumer par la proposition suivante.

Proposition 3 *Supposons que la probabilité de succès des innovations est $\mu(\theta, k) = B(\theta)[1 - e^{-k}]$, avec $0 \leq B(\theta) < 1$ et $B'(\theta) > 0$. Alors l'investissement en R&D d'équilibre $\bar{k}(\bar{r}_{t+1})$ en asymétrie d'information vérifie:*

$$\bar{k}_{t+1}(\theta_{t+1}, \bar{r}_{t+1}) = \ln \left[\frac{\pi B(\theta_{t+1})}{\bar{\mu}(1 + \bar{r}_{t+1})} \right] \quad (21)$$

La détermination de l'équilibre dans ce cadre est différente de celle de la section précédente où les banques et les emprunteurs de fonds disposaient de la même information sur les aptitudes des agents.

Le bouclage du modèle se fait par les deux taux d'intérêt à partir de l'expression (18).

Le taux d'intérêt sur les dépôts et le taux d'intérêt sur les crédits sont entièrement déterminés par la relation d'équilibre entre la demande agrégée de capital et l'offre agrégée de capital et la contrainte de participation des banques. De façon plus explicite, les taux \bar{R}_{t+1} et \bar{r}_{t+1} vérifient les équations:

$$\begin{cases} \omega A_t = \int_{\bar{\theta}(\delta_t)}^1 \bar{K}_{t+1}(\theta_{t+1}, \bar{r}_{t+1}) dF_{t+1}(\theta) \\ (1 + \bar{r}_{t+1}) \int_0^1 \mu(\theta_{t+1}, \bar{k}_{t+1}(\theta_{t+1}, \bar{r}_{t+1})) dF_{t+1}(\theta) = 1 + \bar{R}_{t+1} \end{cases} \quad (22)$$

Quelque soit le niveau de connaissances θ_{t+1} d'un agent, les banques proposent un taux d'intérêt unique \bar{r}_{t+1} . Lorsque le maximum de profit net de l'investisseur existe, l'agent annonce à la banque le niveau d'investissement d'équilibre au taux d'intérêt \bar{r}_{t+1} vérifiant (22).

3.3 Comparaison des deux équilibres

Le lemme 1 a montré que le niveau d'investissement en R&D est une fonction croissante du niveau de connaissances de chaque agent, lorsque le marché du capital est parfait; le taux d'intérêt débiteur est décroissant avec le talent des investisseurs. En revanche, l'imperfection du marché du capital introduit un taux d'intérêt indépendant des connaissances.

¹⁷Stiglitz et Weiss (1981) ont été les premiers à proposer une justification théorique du rationnement du crédit. En asymétrie d'informations, le taux d'intérêt représente un bon indicateur pour détecter les mauvais des bons risques. Ils montrent alors qu'en présence d'anti-sélection, le marché du crédit peut être caractérisé à l'équilibre par le rationnement du crédit.

Proposition 4 *Il existe un niveau de connaissances unique $\bar{\theta}$ défini par $\hat{r}_{t+1}(\bar{\theta}_{t+1}, \hat{R}_{t+1}) = \bar{r}_{t+1}$ tel que¹⁸:*

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall \theta \in [\tilde{\theta}, \bar{\theta}], \hat{r}_{t+1}(\theta_{t+1}, \hat{R}_{t+1}) \geq \bar{r}_{t+1} \text{ et } K_{t+1}^*(\theta_{t+1}, \hat{R}_{t+1}) \leq \bar{K}_{t+1}(\theta_{t+1}, \bar{r}_{t+1}) \\ \forall \theta > \bar{\theta}, \hat{r}_{t+1}(\theta_{t+1}, \hat{R}_{t+1}) < \bar{r}_{t+1} \text{ et } K_{t+1}^*(\theta_{t+1}, \hat{R}_{t+1}) > \bar{K}_{t+1}(\theta_{t+1}, \bar{r}_{t+1}) \end{array} \right. \quad (23)$$

L'existence de ce niveau seuil $\bar{\theta}$ de connaissances est assurée par la décroissance du taux d'intérêt $\hat{r}_{t+1}(\theta_{t+1}, \hat{R}_{t+1})$. Cette proposition amène le corollaire suivant indiquant la segmentation du marché du capital.

Corollaire 1 *Il existe dans l'économie trois groupes d'agents: (i) les individus ayant un niveau de connaissances inférieur au seuil $\tilde{\theta}$ sont strictement prêteurs sur le marché du capital (Type 1); (ii) les individus ayant un niveau de connaissances compris entre $\tilde{\theta}$ et $\bar{\theta}$ entreprennent dans la R&D, mais préfèrent la situation d'imperfections du marché du capital (Type 2); (iii) les individus ayant un niveau de connaissances supérieur à $\bar{\theta}$ entreprennent dans la R&D, mais préfèrent la situation d'information parfaite sur le marché du capital (Type 3).*

L'asymétrie d'information sur le marché du capital engendre un surinvestissement des agents emprunteurs ayant un niveau de connaissances inférieur à $\bar{\theta}$ et un sous-investissement des emprunteurs plus talentueux ($\theta > \bar{\theta}$).

Les agents de Type 1 ($\theta < \tilde{\theta}$) voudraient bien emprunter, mais leur niveau de connaissances est tellement faible qu'ils ne réaliseront aucun profit en cas d'investissement dans la R&D. Ils vont donc décider d'épargner leur richesse sur le marché du capital au taux R_{t+1} . Lorsque les agents sont relativement plus talentueux ($\tilde{\theta} < \theta < \bar{\theta}$) que ceux du Type 1, ils empruntent sur le marché du capital et ont plus de chance de réaliser des profits positifs. Le niveau de capital investi dans la R&D en situation d'asymétrie d'information reste plus élevé que celui en situation de marché parfait et le taux de remboursement est plus faible en asymétrie d'information. Les agents de Type 2 sont favorables à l'existence d'imperfections dans l'économie, car cette situation augmente leur probabilité d'innover par l'augmentation du niveau d'investissement qu'elle occasionne. Les agents de Type 3 ($\theta > \bar{\theta}$) ont beaucoup plus de chance de réussir leurs activités de R&D et réaliser des profits positifs. Le niveau de leur investissement est plus important et le taux d'intérêt plus faible en situation concurrentielle. L'imperfection du marché du capital sanctionne les agents les plus talentueux au profit des moins talentueux.

4 Croissance économique et dynamique de l'écart technologique

La technologie de l'économie considérée croît avec les innovations, remplaçant dans un secteur donné la technologie $A_t(j)$ par le niveau de technologie du pays leader, A_{t+1}^{\max} . Le niveau moyen de la productivité à la date $t + 1$ est donné par la relation suivante:

¹⁸Lorsque la probabilité d'innover est $\mu(\theta, k) = B(\theta)[1 - e^{-k}]$, le seuil supérieur de connaissances vérifie $B(\bar{\theta}) = \frac{1+R}{\pi} \left(1 + \frac{\pi}{1+r}\right)$.

$$A_{t+1} = \int_0^{\tilde{\theta}(\delta_t)} A_t dF_{t+1}(\theta) + \int_{\tilde{\theta}(\delta_t)}^1 \mu(\theta, k_{t+1}) A_{t+1}^{\max} dF_{t+1}(\theta) + \int_{\tilde{\theta}(\delta_t)}^1 [1 - \mu(\theta, k_{t+1})] A_t F_{t+1}(\theta) \quad (24)$$

ou encore

$$A_{t+1} = A_t + (A_{t+1}^{\max} - A_t) \int_{\tilde{\theta}(\delta_t)}^1 \mu(\theta, k_{t+1}) dF_{t+1}(\theta).$$

Désignons par $g = \frac{A_{t+1}^{\max} - A_t^{\max}}{A_t^{\max}}$ le taux de croissance de la productivité du pays leader supposé exogène et constant et par $\delta_t = \frac{A_t}{A_t^{\max}}$ le niveau de la productivité de l'économie considérée relativement à celui du pays leader. δ_t représente une mesure de l'écart technologique entre l'économie nationale et le pays leader. Une augmentation de cet indicateur est synonyme de réduction de l'écart entre le niveau mondial de la technologie et l'économie nationale. Le taux de croissance G_{t+1} de l'économie est alors

$$G_{t+1} = \frac{1 + g - \delta_t}{\delta_t} \int_{\tilde{\theta}(\delta_t)}^1 \mu(\theta, k_{t+1}) dF_{t+1}(\theta).$$

Proposition 5 *Supposons que la probabilité de succès des innovations est $\mu(\theta, k) = B(\theta) [1 - e^{-k}]$, avec $0 \leq B(\theta) < 1$ et $B'(\theta) > 0$. Alors les imperfections du marché financier ont un effet négatif sur la croissance économique.*

Preuve. Voir annexe II. ■

Lorsque le retard technologique initial est grand, les salaires w_t distribués à la première période aux agents sont importants et le seuil inférieur de capital humain est élevé. Alors les activités de R&D exigent des niveaux de capital humain suffisamment élevés. Les niveaux d'investissement en R&D des qualifiés sont élevés et la croissance est importante. L'effet négatif des imperfections du marché des capitaux sur la croissance transite par l'innovation. Les imperfections du marché financier réduisent les niveaux d'investissement en R&D des agents d'un grand nombre d'innovateurs, ce qui réduit le taux moyen d'innovations. Il s'ensuit alors une réduction du changement technologique et par conséquent une croissance économique plus faible.

Le taux de croissance augmente avec le montant des crédits alloués aux agents pour l'investissement en R&D par rapport à la frontière technologique. Ainsi, l'effet d'une augmentation des crédits en direction de la R&D sur la croissance est transmis par le biais du changement technologique. En outre, le taux de croissance dépend de la distribution du capital humain.

La relation (24) peut s'écrire en termes d'écart technologique par rapport à la frontière. La dynamique de l'écart de technologie entre l'économie nationale et le leader est donnée par l'équation:

$$(1 + g) \delta_{t+1} = (1 + g - \delta_t) \int_{\tilde{\theta}(\delta_t)}^1 \mu\left(\theta_{t+1}, k_{t+1}\left(\theta_{t+1}, \hat{R}_{t+1}\right)\right) dF_{t+1}(\theta). \quad (25)$$

La dynamique de l'économie est alors décrite par le système en (θ_t, δ_t) formé par l'équation d'accumulation de capital humain et la relation (25). En information symétrique, la dynamique des inégalités s'écrit en remplaçant le niveau de capital physique efficace par l'investissement d'équilibre en information parfaite. Nous avons ainsi:

$$(1 + g) \delta_{t+1} = (1 + g - \delta_t) \int_{\hat{\theta}(\delta_t)}^1 \mu \left(\theta_{t+1}, k_{t+1}^* \left(\theta_{t+1}, \hat{R}_{t+1} \right) \right) dF_{t+1}(\theta).$$

De même, la dynamique des inégalités dans le cas d'asymétrie d'information se met sous la forme:

$$(1 + g) \delta_{t+1} = (1 + g - \delta_t) \int_{\bar{\theta}(\delta_t)}^1 \mu \left(\theta_{t+1}, \bar{k}_{t+1} \left(\theta_{t+1}, \bar{r}_{t+1} \right) \right) dF_{t+1}(\theta).$$

La réduction (augmentation) de l'écart technologique en asymétrie d'information par rapport à celui d'information parfaite dépend de la proportion d'individus relativement plus talentueux, mais aussi du degré de rationnement des crédits accordés à ces individus.

La convergence d'un pays vers la frontière technologique dépend positivement du volume des crédits alloués aux secteurs de R&D. Cette convergence est influencée par la distribution du capital humain. L'existence d'un écart technologique de long terme est liée au comportement de la distribution de capital humain.

5 Conclusion

Cette section analyse l'influence du marché de capital sur les niveaux d'investissements et les taux d'intérêt créditeurs dans une économie à générations imbriquées d'agents hétérogènes par les niveaux de connaissances. Nous partons principalement des travaux de Aghion, Howitt et Mayer-Foulkes (2005). Nous supposons que les agents sont hétérogènes de par le niveau de connaissances hérité de leurs ascendants. Le revenu de première période est endogène et consacré en deuxième période de vie soit à l'épargne soit à l'investissement dans la R&D. Les choix d'occupations des agents sont déterminés par leur niveau de capital humain. Nous montrons qu'il existe un niveau seuil "inférieur" de capital humain permettant de distinguer des individus implémenteurs (strictement prêteurs) des individus strictement investisseurs dans la R&D. Les activités dans la R&D sont menées par les agents relativement plus talentueux. Les banques offrent à chaque innovateur un niveau de crédit croissant avec son niveau de connaissances. En information parfaite, le taux d'intérêt débiteur payé par chaque agent diminue avec son niveau de connaissance, car la probabilité de succès de la R&D est alors faible et le risque de non remboursement du crédit élevé. En présence d'imperfections sur le marché du capital, le taux d'intérêt payé par les innovateurs est constant. Il existe alors un niveau seuil "supérieur" de connaissances impliquant le rationnement des agents relativement plus talentueux au niveau du montant de leurs investissements. Les imperfections du marché du capital engendrent un sur-investissement dans la R&D des agents ayant un niveau de connaissances inférieur à celui de seuil supérieur. Ainsi, elles réduisent la probabilité d'innovations des plus talentueux et compromettent la croissance économique. Nous montrons par ailleurs que la croissance économique et la convergence d'une économie vers le leader technologique dépendent de la distribution de capital humain et dépendent positivement des crédits accordés pour l'investissement en R&D relativement à la frontière technologique.

D'un point de vue théorique, la diffusion de technologie est supposée exogène. En effet, les pays technologiquement en retard entreprennent leur recherche et développement (ou imitation) grâce aux idées reçues du leader technologique. Ainsi, une formalisation de la diffusion de technologie (voir par exemple Eaton et Kortum (1994)) permettra d'enrichir les modélisations proposées.

D'un point de vue empirique, l'estimation de la distribution de capital humain permettra de mieux caractériser les équilibres et les propriétés à long terme de l'économie d'une part. D'autre part, des simulations ou des estimations économétriques permettront de mieux apprécier l'influence des imperfections des marchés de capitaux sur la croissance économique et sur la convergence des économies.

References

- AGHION, P., A. BANERJEE, ET T. PIKETTY (1999): "Dualism and Macroeconomic Volatility," *Quarterly Journal of Economics*, 114, 1359–1398.
- AGHION, P. ET P. BOLTON (1997): "A Theory of Trickle-Down Growth and Development," *Review of Economic Studies*, 64, 151–172.
- AGHION, P. ET E. COHEN (2004): "Éducation et Croissance," La documentation Française 46, CAE.
- AGHION, P. ET P. HOWITT (1992): "A Model of Growth Through Creative Destruction," *Econometrica*, 60, 323–351.
- AGHION, P., P. HOWITT, ET D. MAYER-FOULKES (2005): "The Effect of Financial Development on Convergence: Theory and Evidence," *Quarterly Journal of Economics*, 120, 173–222.
- BANERJEE, A. ET A. NEWMAN (1993): "Occupational Choice and the Process of Development," *Journal of Political Economy*, 101, 274–298.
- BERNHARDT, D. (2000): "Credit Rationing?" *American Economic Review*, 90, 235–239.
- COHEN, W. C. ET D. A. LEVINTHAL (1989): "Innovation and Learning: The Two Faces of R&D," *Economic Journal*, 99, 569–596.
- CRIFO, P. (2008): "Skill Supply and Biased Technical Change," *Labour Economics*, 15, 812–830.
- CUNHA-E SA, M. A., A. B. REIS, ET C. ROSETA-PALMA (2009): "Technology adoption in nonrenewable resource management," *Energy Economics*, 31, 235–239.
- D'AUTUME, A. ET P. MICHEL (1994): "Education et Croissance," *Revue d'Economie Politique*, 104, 457–499.
- DE MEZZA, D. ET D. C. WEBB (1987): "Too Much Investment: A Problem of Asymmetric Information," *Quarterly Journal of Economics*, 102, 281–292.
- EATON, J. ET S. KORTUM (1994): "International Patenting and Technology Diffusion," Working Paper 4931, NBER.
- FREIXAS, X. ET J.-C. ROCHET (1997): *Microeconomics of Banking*, Cambridge, MA: MIT Press.

- GALOR, O. ET O. MOAV (2000): “Ability-Biased Technological Transition, Wage Inequality, and Economic Growth,” *Quarterly Journal of Economics*, 115, 469–497.
- (2004): “From Physical to Human Capital Accumulation: Inequality in the Process of Development,” *Review of Economic Studies*, 71, 1001–1026.
- GALOR, O. ET D. TSIDDON (1997): “The Distribution of Human Capital and Economic Growth,” *Journal of Economic Growth*, 2, 93–124.
- GALOR, O. ET J. ZEIRA (1993): “Income Distribution and Macroeconomics,” *Review of Economic Studies*, 60, 35–52.
- GHATAK, M., M. MORELLI, ET T. SJÖSTROM (2001): “Occupational Choice and Dynamic Incentives,” *Review of Economic Studies*, 68, 781–810.
- (2002): “Credit Rationing, Wealth Inequality and Allocation of Talent,” Discussion Paper TE/02/441, The Suntory Centre.
- GROSSMAN, G. ET E. HELPMAN (1991): *Innovation and Growth in the Global Economy*, Cambridge MA: MIT Press.
- GROSSMANN, V. (2009): “Entrepreneurial Innovation and Economic Growth,” *Journal of Macroeconomics*, doi:10.1016/j.jmacro.2008.12.008, xx–xx.
- HIDALGO-CABRILLANA, A. (2004): “Does Asymmetric Information Promote Talented People?” *Universidad Carlos III de Madrid, Working Paper 4-28*.
- HOWITT, P. (2000): “Endogenous Growth and Cross-Country Income Differences,” *American Economic Review*, 90, 829–846.
- LLOYD-ELLIS, H. (2000): “The Impacts of Inequality on Productivity: a Primer,” Strategic Policy Research Paper R-00-3E, HRDC Applied Research Branch.
- LLOYD-ELLIS, H. ET D. BERNHARDT (2000): “Entreprise, Inequality and Economic Development,” *Review of Economic Studies*, 67, 147–168.
- LUCAS, R. E. (1988): “On the Mechanics of Economic Development,” *Journal of Monetary Economics*, 22, 3–42.
- NELSON, R. R. ET E. S. PHELPS (1966): “Investment in Humans, Technological Diffusion and Economic Growth,” *American Economic Review*, 56, 69–75.
- PIKETTY, T. (1997): “The Dynamics of the Wealth Distribution and the Interest Rate with Credit Rationing,” *Review of Economic Studies*, 64, 173–189.
- PLEHN-DUJOWICH, J. M. (2009): “Endogenous Growth and Adverse Selection in Entrepreneurship,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, doi:10.1016/j.jedc.2009.02.003, 1–42.
- SENER, F. (2008): “RD policies, endogenous growth and scale effects,” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 32, 3895–3916.
- STIGLITZ, J. E. ET A. WEISS (1981): “Credit Rationing in Markets with Imperfect Information,” *American Economic Review*, 71, 393–410.
- TAMURA, R. (2006): “Human Capital and Economic Development,” *Journal of Development Economics*, 79, 26–72.

ANNEXES

Annexe I: Suite des fonctions de distribution du capital humain

Le capital humain évolue suivant la dynamique représentée par l'équation (1). Soit F la fonction de répartition du niveau de connaissances. On a alors pour tout $x \geq 0$:

$$\begin{aligned} F_{t+1}(x) &= \text{Pr ob} [\theta_{t+1} < x] = \text{Pr ob} [\theta_t^\sigma \delta_t^{1-\sigma} < x] \\ F_{t+1}(x) &= \text{Pr ob} \left[\theta_t < x^{\frac{1}{\sigma}} \delta_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right] \end{aligned}$$

Les fonctions de répartition du niveau de connaissances des dates t et $t + 1$ sont donc liées par la relation suivante:

$$F_{t+1}(x) = F_t \left(x^{\frac{1}{\sigma}} \delta_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)$$

Ainsi, la densité de probabilité dérivée de la fonction de répartition s'écrit:

$$f_{t+1}(x) = \frac{dF_{t+1}(x)}{dx} = \frac{1}{\sigma} x^{\frac{1}{\sigma}-1} \delta_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \frac{d}{dx} F_t \left(x^{\frac{1}{\sigma}} \delta_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)$$

ou encore

$$f_{t+1}(x) = \frac{1}{\sigma} x^{\frac{1}{\sigma}-1} \delta_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} f_t \left(x^{\frac{1}{\sigma}} \delta_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)$$

δ_t et σ étant inférieurs à 1, $x^{\frac{1}{\sigma}} \delta_t^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} > x$. Du fait de la croissance des fonctions de répartition, la suite de fonctions $(F_t(x))_{t \geq 0}$ est croissante.

Annexe II: Détermination des équilibres lorsque le taux d'innovation est $\mu(\theta, k) = B(\theta) [1 - \exp(-k)]$.

Nous supposons que la probabilité de succès de la R&D prend une forme particulière définie par $\mu(\theta, k) = B(\theta) [1 - \exp(-k)]$, avec $0 \leq B(\theta) < 1$ et $B'(\theta) > 0$.

Equilibre en information parfaite

Nous avons montré que l'investissement d'équilibre et le taux d'intérêt sur les crédits vérifient le système:

$$\begin{cases} \pi \frac{\partial \mu}{\partial k_{t+1}^*}(\theta_{t+1}, k_{t+1}^*(\theta_{t+1})) = 1 + \hat{R}_{t+1} \\ \mu(\theta_{t+1}, k_{t+1}^*(\theta_{t+1})) (1 + \hat{r}_{t+1}(\theta_{t+1})) = 1 + \hat{R}_{t+1} \end{cases}$$

En utilisant l'expression du taux d'innovation, nous avons (nous ignorons les indices temporels pour simplifier):

$$\begin{cases} \pi B(\theta) e^{-k} = 1 + R \\ B(\theta) (1 - e^{-k}) (1 + r) = 1 + R \end{cases}$$

Le niveau d'investissement en R&D par unité efficace et le taux d'intérêt d'équilibre d'un agent de connaissances θ est finalement:

$$k(\theta, R) = \ln \left[\frac{\pi B(\theta)}{1+R} \right]$$

$$1+r(\theta, R) = \frac{\pi(1+R)}{\pi B(\theta) - (1+R)}$$

D'où la *proposition 1*.

L'investissement en R&D est d'autant plus important que l'individu est qualifié. Le taux d'intérêt sur le crédit décroît avec le niveau de connaissances (donc la probabilité de succès de la R&D) de l'investisseur.

Le seuil inférieur de capital humain $\tilde{\theta}$ vérifie la relation:

$$\ln \left[\frac{\pi B(\tilde{\theta})}{1+R} \right] = \omega A_{-1} / A^{\max}$$

Le bouclage du modèle se fait par le taux d'intérêt sur les dépôts. Le taux d'intérêt R vérifie:

$$\int_{\tilde{\theta}}^1 \ln \left[\frac{\pi B(\theta)}{1+R} \right] A^{\max} dF(\theta) = \omega A_{-1}$$

ou encore

$$\int_{\tilde{\theta}}^1 \ln [\pi B(\theta)] dF(\theta) - \left(1 - F(\tilde{\theta})\right) \ln(1+R) = \omega A_{-1} / A^{\max}$$

La probabilité de succès des innovations est alors:

$$\mu(\theta, R) = B(\theta) \left(1 - \frac{1+R}{\pi B(\theta)}\right)$$

La dynamique de l'écart technologique est décrite par l'équation:

$$(1+g)\delta = (1+g-\delta_{-1}) \int_{\tilde{\theta}(\delta_{-1})}^1 B(\theta) \left(1 - \frac{1+R}{\pi B(\theta)}\right) dF(\theta) \quad (\text{E1})$$

La relation (E1) est une équation de convergence et indique comment la technologie d'une économie peut converger (diverger) vers la frontière technologique lorsque les marchés financiers sont parfaits. Cette convergence (divergence) dépend du niveau de capital humain de l'économie et des crédits alloués aux agents pour l'investissement.

Equilibre en asymétrie d'information

En asymétrie d'information, les investisseurs déterminent leur niveau d'investissement en R&D en supposant donné le taux d'intérêt sur les crédits. Etant donné \bar{r} , le niveau d'investissement vérifie:

$$\frac{\partial \mu}{\partial \bar{k}_{t+1}} \left[\pi A_{t+1}^{\max} - (1+\bar{r}_{t+1}) (\bar{k}_{t+1} A_{t+1}^{\max} - \omega A_t) \right] - \mu(\theta_{t+1}, \bar{k}_{t+1}) (1+\bar{r}_{t+1}) A_{t+1}^{\max} = 0$$

En utilisant l'expression du taux d'innovations, la condition de premier ordre peut s'écrire:

$$B(\theta) e^{-\bar{k}} [\pi A^{\max} - (1 + \bar{r})(kA^{\max} - \omega A_{-1})] - B(\theta) [1 - e^{-\bar{k}}] (1 + \bar{r}) A^{\max} = 0$$

Elle peut se ramener à cette forme:

$$(1 + \bar{r}) \left[e^{-\bar{k}} (1 + \bar{k} - \omega A_{-1}/A^{\max}) - 1 \right] = \pi e^{-\bar{k}}$$

ou encore

$$(1 + \bar{r}) (1 + \bar{k}(\bar{r}) - \omega A_{-1}/A^{\max}) - \pi = (1 + \bar{r}) e^{\bar{k}(\bar{r})} \quad (\text{E2})$$

L'équation (E2) n'admet pas de racine positive. Le maximum d'utilité des agents n'est donc pas atteint. L'agent de connaissance θ est rationné par le taux d'intérêt. Il annonce à la banque le niveau d'investissement d'information parfaite. La banque lui accorde un montant de crédit au taux d'intérêt $\bar{r} = \int r^*(\theta) dF(\theta)$. Son niveau d'investissement est alors:

$$\bar{k}(\theta, \bar{r}) = \ln \left[\frac{\pi B(\theta)}{\bar{\mu}(1 + \bar{r})} \right]$$

Les deux taux d'intérêt vérifient:

$$\begin{cases} \omega A_{-1}/A^{\max} = \int_{\tilde{\theta}}^1 \ln \left[\frac{\pi B(\theta)}{\bar{\mu}(1 + \bar{r})} \right] dF(\theta) \\ (1 + \bar{r}) \int_0^1 B(\theta) \left[1 - \frac{\bar{\mu}(1 + \bar{r})}{\pi B(\theta)} \right] dF(\theta) = 1 + \bar{R} \end{cases}$$

La dynamique de l'écart technologique en asymétrie d'information s'écrit:

$$(1 + g) \delta = (1 + g - \delta_{-1}) \int_{\tilde{\theta}(\delta_{-1})}^1 B(\theta) \left[1 - \frac{\bar{\mu}(1 + \bar{r})}{\pi B(\theta)} \right] dF(\theta) \quad (\text{E3})$$

En définitive, le seuil limite supérieur de capital humain vérifie la relation:

$$B(\bar{\theta}) = \frac{1 + \bar{R}}{\pi} \left(1 + \frac{\pi}{1 + \bar{r}} \right)$$

Effet de l'asymétrie d'information sur la croissance économique

En information parfaite, le taux de croissance de l'économie est égal:

$$G_{PI} = \frac{1 + g - \delta_{-1}}{\delta_{-1}} \left[\int_{\tilde{\theta}(\delta_{-1})}^1 B(\theta) dF(\theta) - \frac{1 + \hat{R}}{\pi} \int_{\tilde{\theta}(\delta_{-1})}^1 dF(\theta) \right]$$

ou encore

$$G_{PI} = \frac{1 + g - \delta_{-1}}{\delta_{-1}} \left[\int_{\tilde{\theta}(\delta_{-1})}^1 B(\theta) dF(\theta) - \frac{1 + \hat{R}}{\pi} (1 - F(\tilde{\theta}(\delta_{-1}))) \right] \quad (\text{E4})$$

En asymétrie d'information, le taux de croissance s'écrit:

$$G_{AI} = \frac{1 + g - \delta_{-1}}{\delta_{-1}} \int_{\hat{\theta}(\delta_{-1})}^1 B(\theta) \left[1 - \frac{\bar{\mu}(1 + \bar{r})}{\pi B(\theta)} \right] dF(\theta)$$

L'étude de l'effet de l'asymétrie de l'information sur la croissance économique se ramène à la comparaison des taux d'intérêt d'information parfaite \hat{R} et d'asymétrie d'information \bar{R} .

Le taux d'intérêt sur les dépôts en information parfaite \hat{R} vérifie:

$$\int (1 + r^*(\theta)) \mu(\theta, k^*(\theta, \hat{R})) dF(\theta) = 1 + \hat{R}$$

tandis que le taux d'intérêt \bar{R} vérifie:

$$(1 + \bar{r}) \int \mu(\theta, k^*(\theta, \bar{R})) dF(\theta) = 1 + \bar{R} \quad (\text{E5})$$

Les banques proposent un taux d'intérêt sur les crédits égal au taux d'intérêt moyen de l'équilibre en information parfaite, $\bar{r} = \int r^*(\theta) dF(\theta)$.

Supposons que $B''(\theta) \geq 0$. Alors les fonctions $r^*(\theta)$ et $\mu(\theta, k^*(\theta, R))$ sont convexes (par rapport à θ). En appliquant l'inégalité de Jensen¹⁹, $1 + \bar{r} \geq 1 + r^*(\theta_{moy})$ et $\int \mu(\theta, k^*(\theta, R)) dF(\theta) \geq \mu(\theta_{moy}, k^*(\theta_{moy}, R))$, où θ_{moy} représente le niveau moyen de capital humain.

Sachant que $[1 + r^*(\theta_{moy})] \mu(\theta_{moy}, k^*(\theta_{moy}, R)) = 1 + R$, en faisant le produit membre à membre des deux inégalités précédentes, nous obtenons que le taux \bar{R} sur les dépôts en information imparfaite est supérieur au taux d'intérêt sur les dépôts en information parfaite²⁰. D'où la *proposition 5*.

¹⁹Pour une variable aléatoire X , si f est une fonction convexe alors $E[f(X)] \geq f[E(X)]$.

²⁰Voir par exemple Freixas et Rochet (1997, pp139-140) pour plus de détails et une illustration de l'équilibre avec rationnement du crédit.